2026 级留学生预科数学 B 班第四次测验 试卷

2026 Preparatory Mathematics Class B Quiz 4 Problems

日期：2026 年 11 月 16 日　　时间：19:40–20:55

Date: November 16, 2026　　Time: 19:40–20:55

说明：

1. 请将答案写在**答题纸**上。考试时间 75 分钟。
   Please write your answers on the **answer sheet**. Exam duration: 75 minutes.
2. 本卷满分 100 分，另设附加题 10 分。
   The full score is 100 points, with an additional 10-point bonus question.
3. 本次考试所有题目均以中英双语给出。
   All questions are presented in both Chinese and English.

1. 指数的计算（每题 2 分，共 10 分）
Exponential Calculations (2 points each, 10 points in total)

计算下列各式。
Compute the following expressions.

(1) $5^3 \times 5^{-2} =$ _____

(2) $(3^4)^2 \div 3^5 =$ _____

(3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \times 3^{-1} =$ _____

(4) $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} =$ _____

(5) $1^0 + 2^0 + \cdots + 99^0 + 100^0 =$ _____

2. 对数的计算（每题 2 分，共 20 分）
Logarithmic Calculations (2 points each, 20 points in total)

计算下列各式。
Compute the following expressions.

(1) $\log_4 64 =$ _____

(2) $\log_3 \frac{1}{27} =$ _____

(3) $\log_4 27 + \log_{\frac{1}{4}} 27 =$ _____

(4) $\log_2 48 - \log_2 3 =$ _____

(5) $e^{\ln 7} + \log_5 5^3 =$ _____

(6) $\lg 8 + \lg 125 =$ _____

(7) $\log_3 18 + \log_3 6 - \log_3 4 =$ _____

(8) $\dfrac{\ln 125}{\ln 5} =$ _____

(9) $\log_2 7 \times \log_7 16 =$ _____

(10) $\dfrac{\log_{27} 0.5}{\log_3 4} =$ _____

3. 换元法解方程（每题 2 分，共 10 分）

Solving Equations by Substitution (2 points each, 10 points in total)

用换元法解下列方程，求所有实数解。

Solve the following equations by substitution. Find all real solutions.

(1) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

答案 / Answer: _____

(2) $\log_2(-2x^2 + 3) = 0$

答案 / Answer: _____

(3) $\dfrac{2^x + 4}{2^x + 2} = \dfrac{2^x}{2^x - 1}$

答案 / Answer: _____

(4) $\sqrt{\ln x + 1} = \ln x - 1$

答案 / Answer: _____

(5) $\log_2 \left(\dfrac{x+3}{x-1} \right) = 2$

答案 / Answer: _____

4. 求函数的定义域（每题 2 分，共 10 分）
Finding Domains of Functions (2 points each, 10 points in total)

求下列函数的定义域。
Find the domain of each function.

(1) $y = \log_3(2x - 4)$

答案 / Answer: _____

(2) $y = \sqrt{\lg(3 - x)}$

答案 / Answer: _____

(3) $y = \dfrac{1}{x - 2} + \ln(x + 1)$

答案 / Answer: _____

(4) $y = \sqrt[3]{\log_2(x + 1)}$

答案 / Answer: _____

(5) $y = \dfrac{\sqrt{x + 2}}{\ln(x - 1)}$

答案 / Answer: _____

5. 指数与对数不等式（每题 3 分，共 15 分）
Exponential and Logarithmic Inequalities (3 points each, 15 points in total)

解下列不等式，写出解集。
Solve each inequality and give its solution set.

(1) $3^{x-1} > 9^x$

答案 / Answer: _____

(2) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4} \leq 1$

答案 / Answer: _____

(3) $\log_5(3x + 1) < 2$

答案 / Answer: _____

(4) $\log_{\frac{1}{2}}(x) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) \geq -1$

答案 / Answer: _____

(5) $\log_2(x^2 - 4x + 3) < 3$

答案 / Answer: _____

6. 比较大小（每题 3 分，共 15 分）
Comparing Numbers (3 points each, 15 points in total)

每题给出三个数 a, b, c，请按从小到大的顺序排列，并使用 $<$ 表示大小关系。
For each question, arrange a, b, c in ascending order, using $<$ to show the comparisons.

示例 / Example: 若 $a = 1,\ b = 3,\ c = 2$，则应填写 $a < c < b$。
If $a = 1,\ b = 3,\ c = 2$, you should write $a < c < b$.

提示 / Hint: 请利用指数函数与对数函数的单调性，以及以下性质进行比较：

$$a^0 = 1, \qquad \log_a 1 = 0, \qquad \log_a a = 1 \quad (a > 0,\ a \neq 1).$$

Use the monotonicity of exponential and logarithmic functions, together with the properties above, to compare the numbers.

(1) $a = 2^{1.9}, \quad b = 2^{0.8}, \quad c = 5^{-1.5}$

答案 / Answer: _____

(2) $a = 2^{1.4}, \quad b = 4^{0.6}, \quad c = 8^{0.5}$

答案 / Answer: _____

(3) $a = \log_{0.2} 3, \quad b = \log_{0.2} 8, \quad c = \log_{0.2} 0.3$

答案 / Answer: _____

(4) $a = \log_{1.8} 2, \quad b = \log_{1.3} 0.2, \quad c = \log_3 2$

答案 / Answer: _____

(5) $a = e^{0.1}, \quad b = \log_6 3, \quad c = 2 - \log_3 10$

答案 / Answer: _____

7. 指数函数的性质（每题 2 分，共 10 分）

Properties of an Exponential Function (2 points each, 10 points in total)

已知函数 $y = 2^x$，回答下列问题。

Given the function $y = 2^x$, answer the following questions.

(1) 求定义域。

Find the domain.

答案 / Answer: _____

(2) 求值域。

Find the range.

答案 / Answer: _____

(3) 判断函数在其定义域上的单调性（填“严格递增”或“严格递减”）。

Determine whether the function is strictly increasing or strictly decreasing on its domain.

答案 / Answer: _____

(4) 求图像与 y 轴的交点坐标。

Find the coordinates of the intersection with the y-axis.

答案 / Answer: _____

(5) 求函数 $y = 2^x$ 与 $y = 4 - x^2$ 的图像的交点个数。

Find the number of intersection points of the graphs $y = 2^x$ and $y = 4 - x^2$.

答案 / Answer: _____

8. 对数函数的性质（每题 2 分，共 10 分）

Properties of a Logarithmic Function (2 points each, 10 points in total)

已知函数 $y = \log_2 x$，回答下列问题。

Given the function $y = \log_2 x$, answer the following questions.

(1) 求定义域。

Find the domain.

答案 / Answer: _____

(2) 求值域。

Find the range.

答案 / Answer: _____

(3) 判断函数在其定义域上的单调性（填“严格递增”或“严格递减”）。

Determine whether the function is strictly increasing or strictly decreasing on its domain.

答案 / Answer: _____

(4) 求图像与 x 轴的交点坐标。

Find the coordinates of the intersection with the x-axis.

答案 / Answer: _____

(5) 求函数 $y = \log_2 x$ 与 $y = x - 5$ 的图像的交点个数。

Find the number of intersection points of the graphs $y = \log_2 x$ and $y = x - 5$.

答案 / Answer: _____

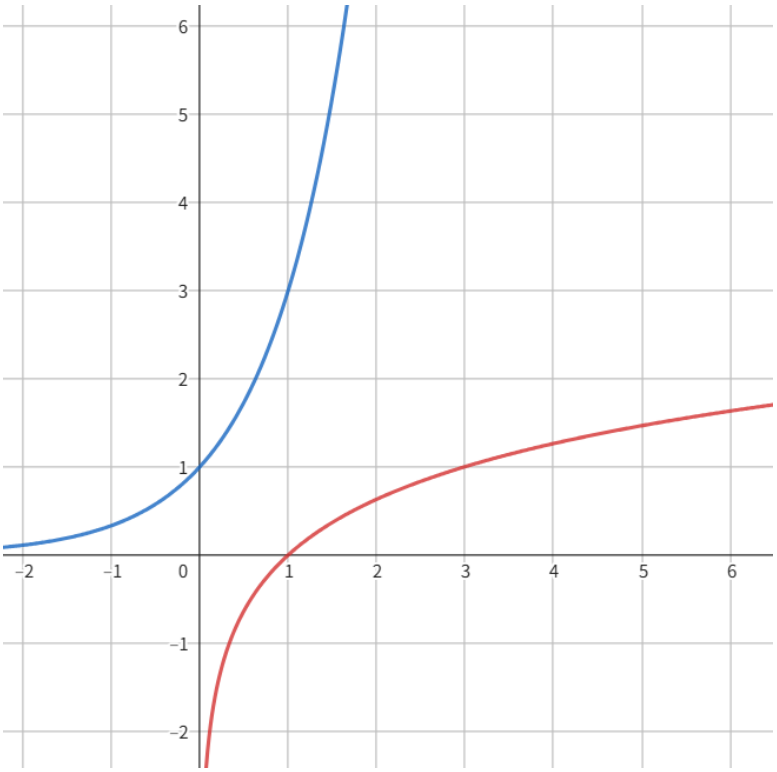
9. 附加题：反函数的概念和应用 / Bonus: Inverse Functions (10 分)

实数 a 满足 $3^a = 5 - a$，实数 b 满足 $\log_3 b = 5 - b$。

Real number a satisfies $3^a = 5 - a$, real number b satisfies $\log_3 b = 5 - b$.

(1) (2 分) 写出函数 $f(x) = 3^x$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____。
Inverse function of $f(x) = 3^x$: $f^{-1}(x) =$ _____.

(2) (2 分) 在坐标系中画出直线 $y = 5 - x$。
Draw the line $y = 5 - x$ in the graph.



(3) (2 分) 坐标系中已经给出了 $y = 3^x$ 和 $y = \log_3 x$ 的图像，标出点 $A(a, 3^a)$，点 $B(b, \log_3 b)$。
Graphs of $y = 3^x$ and $y = \log_3 x$ are given in the coordinate system. Mark points $A(a, 3^a)$ and $B(b, \log_3 b)$.

(4) (4 分) 观察图像，利用函数图像的对称性，求 $a + b =$ _____。
Using symmetry of function graphs, find $a + b =$ _____.